

B. LECLERC  
Professeur  
Tél. 02 31 56 74 54  
leclerc@math.unicaen.fr

Caen, le 01/11/2008

## Rapport sur l'habilitation à diriger des recherches de Nicolas THIERY

L'activité de recherche de N. Thiéry se situe à l'interface entre mathématiques et informatique. Je ne suis pas compétent pour juger des travaux liés à la complexité algorithmique, comme son article avec Gaudry et Schost. Je peux par contre apprécier ses travaux en combinatoire des représentations des algèbres de Hecke et des algèbres quantiques affines (c'est à dire ses articles les plus récents avec Hivert, Schilling, Bandlow). Il s'agit de contributions solides et intéressantes.

Les algèbres "Hecke-groupe" ont été inventées par Thiéry et Hivert. A chaque groupe de Coxeter fini  $W$  ils associent une algèbre  $\mathcal{H}W$  définie ainsi. Pour tout  $q \in \mathbb{C}$  on a une action naturelle de l'algèbre de Hecke  $\mathcal{H}(q)$  de  $W$  sur l'algèbre de groupe  $CW$ . On considère alors la sous-algèbre de l'algèbre des  $\mathbb{C}$ -endomorphismes de  $CW$  engendrée par les actions de  $\mathcal{H}(q_1)$  et  $\mathcal{H}(q_2)$  pour deux valeurs différentes de  $q_1$  et  $q_2$  (par exemple  $q_1 = 1$  et  $q_2 = 0$ , car cela ne dépend pas du choix de  $q_1$  et  $q_2$ ). Ils déterminent une  $\mathbb{C}$ -base de  $\mathcal{H}W$  naturellement indexée par les paires  $(\sigma, \tau) \in W \times W$  telles que  $\sigma$  et  $\tau^{-1}$  n'ont pas de descente commune. Ils décrivent ensuite les modules simples et les modules projectifs indécomposables sur  $\mathcal{H}W$ .

En collaboration avec Schilling, ils ont ensuite montré comment, dans le cas où  $W$  est un groupe de Weyl, ces nouvelles algèbres permettent d'expliquer des similitudes observées depuis longtemps entre les modules projectifs sur la 0-algèbre de Hecke  $\mathcal{H}(0)$  d'une part, et une famille de représentations irréductibles de l'algèbre de Hecke affine  $\mathbf{H}$  associée à  $W$  d'autre part. Ils prouvent en effet que  $\mathcal{H}W$  est un quotient de  $\mathbf{H}$ , et que les représentations irréductibles de  $\mathbf{H}$  en question factorisent à travers ce quotient. De plus lorsqu'on les restreint à la sous-algèbre de  $\mathcal{H}W$  isomorphe à  $\mathcal{H}(0)$  on obtient exactement les projectifs indécomposables de  $\mathcal{H}(0)$ . C'est un beau résultat, dont la preuve met en jeu des propriétés subtiles de la combinatoire des alcôves associées à un groupe de Weyl affine. Le résultat clé affirme que la 0-algèbre de Hecke affine agit de façon transitive sur l'ensemble des alcôves correspondant à  $W$ .

La combinatoire des alcôves est étroitement liée à celle des cristaux des représentations de dimension finie des algèbres affines quantiques, qui est un sujet très actif. Les physiciens espèrent utiliser ces cristaux pour démontrer des formules compliquées devinées au moyen du "Bethe ansatz" - une méthode heuristique pour résoudre des systèmes complètement intégrables. Contrairement aux cristaux de plus haut poids, les cristaux affines finis sont encore mal compris. On peut en construire en partant d'un cristal non affine, et en le munissant d'un opérateur de promotion (cette notion remonte aux travaux pionniers de Schützenberger). Dans leur article Bandlow, Schilling et Thierry décrivent tous les cristaux affines obtenus de cette manière à partir d'un produit tensoriel de deux cristaux classiques en type A.

Je voudrais aussi mentionner la note aux CRAS écrite avec Novelli et Thibon. Elle est consacrée aux algèbres de Hopf combinatoires, un sujet en pleine explosion avec des contributions venant à la fois des physiciens (algèbre de Connes-Kreimer), des algébristes (algèbres dendriformes de Loday) et des combinatoriciens (algèbres de fonctions quasi-symétriques, et de fonctions symétriques non-commutatives). Par exemple, l'un des prototypes d'algèbre de Hopf combinatoire peut se construire au moyen des algèbres Hecke-groupe  $\mathcal{H}\mathfrak{S}_n$  associées aux groupes symétriques  $\mathfrak{S}_n$ . Dans cette note, Novelli, Thibon et Thiéry donnent une construction élégante et uniforme de 16 algèbres de Hopf combinatoires.

Nicolas Thiéry a aussi une activité très importante dans le développement d'algorithmes et de logiciels pour la combinatoire algébrique. J'ai pu m'en rendre compte pendant le programme "Combinatorial Representation Theory" qui s'est tenu au MSRI au printemps. De nombreux participants ont bénéficié de son expérience et de sa disponibilité, et il a joué un rôle moteur dans la décision prise alors de développer une nouvelle plateforme de calcul sur le système SAGE.

Pour conclure, les travaux de recherche récents de Nicolas Thiéry en combinatoire algébrique et en théorie des représentations sont d'un excellent niveau et portent sur des sujets particulièrement actifs et vivants. Par ailleurs son fort investissement dans le développement d'outils informatiques est extrêmement utile pour la communauté mathématique. Le profil de Nicolas Thiéry est original, à cheval sur plusieurs domaines, ce qui peut rendre son évaluation plus délicate. En ce qui concerne la combinatoire algébrique, je trouve que ses résultats mathématiques et son activité dans le domaine des logiciels de calcul et d'aide à la recherche justifient pleinement une habilitation à diriger des recherches.

B. LECLERC